Юрій Коваль

Степеневе числення кількостей

8.8.2025AD (AD1Z988)(4.4.14678ABC)

Кількість, що може бути записана числом,
визначається потребою оперувати цією кількістю.

І. Передмова

Людству, відповідно до мох знань, відомі паличковий, давньоєгипетський, бабілонський, етрускський, римський, давньоеллінський (аттичний), еллінський, руський (болгарський), від майя, індійський способи запису кількостей, тобто чисел.

Паличковий спосіб самий давній та простий: є один числознак, що позначає одиничну кількість. Запис решти чисел є рядковим записом необхідної кількості одиничного числа. Додавання здійснюється з’єднанням двох рядків, віднімання вимагає порівняння довжин двох рядків та відсікання зайвого. Порівняння здійснюється порівнянням довжин рядків. Пошук добутку та ділення вимагають дій на площині. Кількість чисел, що може бути записана обмежується розміром запису. Найкраще застосовується для обліку кількості подій у часі, що дає другу назву - облікове числення кількостей. Використовується з первісних часів до сьогодні.

Давньоєгипетський спосіб є надбудовою над паличковим та використовує сім ієрогліфічних знаків для степенів числа десять: вертикальна риска 𓏺 (1), п’яткова кістка (я не знаю як вони те придумали) 𓎆 (10), мотузкова котушка (дивна назва) 𓍢 (100), квітка лотоса (можливо, квітуча тростина) 𓆼 (1000), зігнутий вертикальний палець 𓂭 (10000), пуголовок (та Бог його знає, що це за істота)(froglet) 𓆐 (100000) та фігура бога Хех 𓁨 (1000000). Запис необхідної кількості робився повторюванням необхідних числознаків але не більше 9 разів. Це і зрозуміло, оскільки для десяти був новий числознак. Запис був впорядкований за спаданням значення числознаків, що зручно, хоча і не принципово. Таким чином була запропонована степеневість 10 як основа числення. Такий запис чисел на сьогодні визначається як порозрядний з різними

числознаками в різних розрядах. В ньому легко виконувалося порозрядне додавання. Виконання дій віднімання, множення та ділення також можливе за умови певного навчання. Серед незручностей слід вказати можливу велику кількість однакових знаків, що сприяє хибним обчисленням. Кількість чисел, що може бути записана, обмежується обмеженням на повторення однакових символів і становить 9999999999, майже 10 мільйонів, що не створювало значних незручностей при користування цим способом запису чисел. Просте виконання дії додавання робить найкращим застосування цього способу запису чисел для багатократного узагальнюючого обліку (що був природнім для суспільства/держави часів фараонів), що дає другу назву — узагальнююче облікове числення кількостей. Спосіб запису використовувався з Близько 3-го тисячоліття до н.е. до раннього 1-го тисячоліття н.е. та мав вплив на один з давньогрецьких способів запису чисел.

Бабілонський спосіб є надбудовою над паличковим та використовує два основні числознаки - клини: вертикальний клин | (для 1) та горизонтальний клин < (для 10). Позначення цих клинів символічне сучасними схожими знаками. Такий запис є порозрядним з однаковими числознаками в різних розрядах. Чи був вплив єгипетського запису чисел на становлення бабілонського сказати важко, однак спільна основа 10 вказує, що такий вплив міг бути. Використання однакових знаків для різних розрядів зробило необхідним явного позначення нульової кількості та сприяло введенню знака для нуля. Такий запис є однозначним для всіх паличкових чисел. Виконання дій додавання, віднімання, множення та ділення відбувається у добре відомі та використовувані в сучасному навчанні способи. Значним ускладненням є використання числа 60 як основи порозрядності, що вимагає значної уваги при виконанні дій з числами та є джерелом хибних обчислень. Цей запис забезпечує значне скорочення довжини запису числа порівняно з простим паличковим методом та навіть єгипетським. Кількість чисел, що може бути записана, обмежена розміром місця для виконання запису, тобто майже не обмежена. Найкраще застосовується для обліку та звітності великих кількостей,

наприклад, врожаю, а також для застосування в зорезнавстві, числознавстві та численнязнавстві, що дає другу назву — порозрядне шестидесяткове числення кількостей. Цей спосіб запису чисел викоритовувався з близько 2-го тисячоліття до н.е. до початку н.е.

Етрускський спосіб запису чисел є надбудовою над паличковим та використовує більшу кількість числознаків: I, Λ, X, ⫛, 8 і ⊕ (1,5,10,50,100,1000 відповідно). Наявні відомості про запис чисел етрусками суперечливі, втім це не принципово. Цей спосіб запису є попередником римського. Виконання арифметичних дій, таких як додавання чи віднімання, було вкрай складним, а про множення та ділення не йшлося. Система найкраще підходила для запису та звітування про кількість, а не для обчислень. Цей спосіб запису чисел використовувався з близько VII століття до н.е. до I століття до н.е., коли був поступово витіснений римським.

Римський спосіб запису чисел є переробленим етрускським та використовує більшу кількість числознаків: I, V, X, L, C, D, M (1,5,10,50,100,500,1000 відповідно). При значному скороченні довжини запису сильно ускладнюється виконання дій додавання ти віднімання. Кількість чисел, що може бути записана обмежується способам запису (не більше трьох однакових числознаків поруч, а насправді в записі числа, і становить MMMDCCCLXXXVIII (3888). Одиничне використання D, L та V обумовлено вимогою однозначності запису числа. Проглядається степенева властивість частини числознаків (I, X, C, M), однак використання цього зведено на нівець наявністю решти числознаків. Виконання дій додавання та віднімання є суцільний головний біль. Про множення та ділення годі й думати. Наявні відомості про використання множника 1000 шляхом проведення риски над записом числа. Таким чином утворюється двохрозрядний запис чисел з основою 1000. Це збільшує кількість чисел, що може бути записана до 3892888, що достатньо для застосування в часи давньоримської держави. Найкраще

застосовується для звіту кількості подій в минулому часі, що дає другу назву - звітове числення кількостей. Цей спосіб запису чисел використовується з близько IV століття до н.е. до сьогодення.

Числозваний (давньоеллінський) спосіб запису чисел, також відомий як аттичний, це давній грецький спосіб запису чисел, що передував еллінському (іонійському). Він отримав свою назву через те, що для позначення чисел використовувалися перші літери слів-числівників, та є переробленим єгипетським способом запису чисел. Знаки, що використовувалися позначали наступні числа: Ι — 1, Π — 5: πέντε (pente), Δ — 10: δέκα (deka), Η — 100: ἑκατόν (hekaton), Χ — 1000: χίλιοι (khilioi), Μ — 10000: μύριοι (myrioi). Особливістю запису були двознаки для позначення чисел 50, 500, 5000 та 50000, які складалися зі знаку Π (5) та іншого знаку. Так, Π з Δ позначало 50, а Π з Η — 500. Це додало до способів запису чисел те, що ми на сьогодні називаємо множник, та скоротило записи чисел у порівнянні з єгипетськими. Цей спосіб запису чисел був поширений в Афінах та інших елліністичних містах до III століття до н.е., коли його почав витісняти еллінський. Він був придатним для ведення фінансових записів, обліку та карбування на монетах.

Еллінський спосіб був спробою перевершити паличковий/римський та єгипетський (аттичний) та використовує двадцять сім (27) числознаків: дев'ять одиничного розряду (α, β, γ, δ, ε, ϝ, ζ, η, θ), дев'ять десяткового розряду (ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ϙ) та дев'ять сотеного розряду (ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, ϡ). Оскільки з часом еллінська буквиця скоротилася до 24 букв, то букви дігамма (ϝ), коппа (ϙ) та сампі (ϡ) залишилися для використання лише в записах чисел. Такий запис значно коротший за римський. Виконання дій додавання та віднімання вимагає знання таблички додавань (що є добре знайоме всім сучасним учням). Виконання дій додавання, віднімання, множення та ділення достатньо легко здійснюється “в стовпчик”, що робить це числення кількостей придатним для численнязнавців чи зорезнавців. Кількість чисел, що може бути записана, обмежується способом запису і становить 999. Використання трьох наборів числознаків дозволяє нехтувати порядком запису числознаків, втім заборонене з

огляду на вимогу однозначності запису числа. Подібно до римського запису чисел використовувався множник 1000 з подібними наслідками для загальної кількості чисел, що могли бути записані. Простежується подібність до індійського (читай сучасного) числення кількостей, незважаючи на те, що кожен розряд має свій набір знаків. Найкраще застосовується для навчання виконання дій числення порозрядно. Цей спосіб запису чисел використовувався з близько IV століття до н.е. до утвердження сучасного способу запису чисел. Він підготував європейців до сприйняття десяткового порозрядного запису чисел, що прийшов з Індії за посередництва арабів. Першим, хто представив новий спосіб запису чисел європейцям, був італійський численнязнавець Фібоначчі (Леонардо Пізанський) у своїй книзі "Liber Abaci" ("Книга абака") у 1202AD році. Втім впровадження цього запису тривало протягом приблизно трьох століть.

Руський (болгарський) спосіб запису чисел є узгоджений з руськими (болгарськими) буквами еллінський спосіб запису чисел. Впроваджений близько X-XIII століття. Властивості та час використання подібні до властивостей та часу використання еллінського способу запису чисел з поправкою на час створення.

Спосіб запису чисел від майя, що був у вжитку з близько III по IX століття н.е., цікавий тим, що основою порозрядного запису чисел в ньому використано число 20. Це не вийнятковий випадок, оскільки сучасна мова французів зберегла такий самий підхід до вибору основи.

Тож для запису рахункових (паличкових) чисел людство винайшло числознаки (обмежену кількість та однакові (іноді різні) для всіх розрядів) включно з нулем, порозрядність, прихований запис множників. Це дає можливість з прийнятною складністю виконувати на письмі дії додавання, віднімання, множення та ділення. Складність використання цього способу запису чисел починається з чисел, що перевищують 1000000. Складність полягає у зростаючій можливості виконування хибних обчислень через неуважність.

Використання самопрацюючих обчислювачів змусило відмовитися від необмеженої кількості чисел, що записуються та використовувати число два в якості основи порозрядного запису чисел. Frank Gray запропонував не порозрядний спосіб запису двійкових чисел. Властивістю цього запису є рядкова близкість (схожість) записів сусідніх чисел, що пом’якшує властивість людини зробити похибку при роботі з довгими рядками, що складаються з двох знаків. Втім, обмеження по кількості різних записів чисел залишається.

II. Промова.

Не зважаючи на те, що людства майже відмовилося від використання різних числознаків для різних розрядів, цей спосіб є прийнятним для використання з записом чисел з основою два. Особливість цього випадку в тому, що для кожного розряду потрібен лише один числознак (на відміну від єгипетського/давньоеллінського де їх потрібно 9). Використання знака 0 не потрібно, оскільки сам знак містить відомості про свій розряд в порозрядному записі числа.

Наведемо приклади.

Запис 1 означає число 1.

Запис 2 означає число 2.

Запис 21 означає число 3.

Запис 3 означає число 4.

Запис 31 означає число 5.

Запис 32 означає число 6.

Запис 321 означає число 7.

Запис 4 означає число 8.

І так далі. Запис 9 означає число 2**8, що дорівнює 256.

Кожний числознак позначає число, що дорівнює степені двійки відповідною до розряду, що позначається цим числознаком. Тобто такий запис є двійковим записом числа в якому записані тільки порозрядні одиниці, але він коротший (не довший) на відміну від відповідного порозрядного двійкового. Найприємніше те, що всі степені двійки записуються однознаковим записом

числа. Тобто для 64-х розрядного обчислювача потрібно всього лише 64 числознака. За традицією це є 10 знаків 0-0, 26 знаків A-Z, 26 знаків a-z, 24 знаки α-ω. Тобто 86 знаків. Відповідно, записи A, a, α означають 2**9, 2**36 та 2**52 відповідно. Використання великих грецьких букв є неможливим через однаковий вид деяких з них з відповідними латинськими. Для подальшого розширення можливе використовувати знаків абеток інших народів, що добре відрізняються на письмі. Додавання, віднімання, множення та ділення виконуються так само як для двійкового порозрядного запису чисел. Однозначність запису числа досягається впорядкуванням знаків запису за значеннями чисел, що відповідають цим знакам в обчислювачах. Числа можуть записуватися за зростанням чи спаданням числових значення числознаків. Ці записи є дзеркальними один до одного. Який з них використовувати залежить від задачі, що вирішується. Такий спосіб запису чисел природно назвати степеневим численням кількостей (записом чисел).

III.Післямова.

1. Зрозуміло, що кожен запис звичайних слів може означати запис числа в степеневому запису чисел. Тобто утворюються записи чисел, які мають або приємний або неприємний зміст для людей. Шляхом уникнення цього є створення окремого набору числознаків для цього способу запису чисел. Втім, на початку, це прийнятно.

2. Вивчення 64 знаків є складним. Втім, це значно менше ніж кількість ієрогліфів чи посмішкознаків. Збільшення їх кількості до 128 дозволяє на сьогодні записати всі необхідні числа для самопрацюючих обчислювачів.

3. Запис порядкових чисел здійснюється одним числознаком, що значно коротше всіх існуючих подібних записів і вже не може бути скорочено.